

Der Schweredruck in Gasen und die „Barometrische Höhenformel“

Der atmosphärische **Luftdruck** ergibt sich wie der Schweredruck bei den Flüssigkeiten aus der Gewichtskraft der über dem Erdboden ruhenden Luftsäule.

Seine Berechnung kann jedoch nicht nach der entsprechenden Beziehung $p = \mathbf{r} \cdot g \cdot h$ erfolgen, da wegen der im Vergleich zu den Flüssigkeiten großen Kompressibilität der Luft deren Dichte mit zunehmender Bodennähe stetig wächst.

Die obige Beziehung kann daher nur auf eine geringe Höhendifferenz dh angewandt werden, innerhalb der die Dichte \mathbf{r} näherungsweise als konstant angesehen werden darf.

Einer Höhenabnahme $-dh$ entspricht dann eine Druckzunahme der Größe:

$$dp = -\mathbf{r} \cdot g \cdot dh.$$

Sind p und \mathbf{r} Druck und Dichte in der Höhe h und p_0 und \mathbf{r}_0 Druck und Dichte in

Meeresspiegelhöhe ($h = 0$), so folgt mit $\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}_0} = \frac{p}{p_0} \Rightarrow \mathbf{r} = \mathbf{r}_0 \frac{p}{p_0}$:

$$dp = -\mathbf{r}_0 \frac{p}{p_0} \cdot g \cdot dh.$$

$$\Rightarrow \int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\mathbf{r}_0 \frac{g}{p_0} \int_0^h dh$$

$$\Rightarrow \ln p \Big|_{p_0}^p = -\mathbf{r}_0 \frac{g}{p_0} h \Big|_0^h$$

$$\Rightarrow \ln p - \ln p_0 = -\mathbf{r}_0 \frac{g}{p_0} h \cdot \ln e$$

$$\Rightarrow \ln \frac{p}{p_0} = -\mathbf{r}_0 \frac{g}{p_0} h \cdot \ln e$$

$$\Rightarrow p = p_0 \cdot e^{-\frac{\mathbf{r}_0 g h}{p_0}}$$

Barometrische Höhenformel

Die Halbwertshöhe ergibt sich somit zu:

$$\Rightarrow h_{1/2} = \frac{\ln 2}{\frac{\mathbf{r}_0 g}{p_0}}.$$