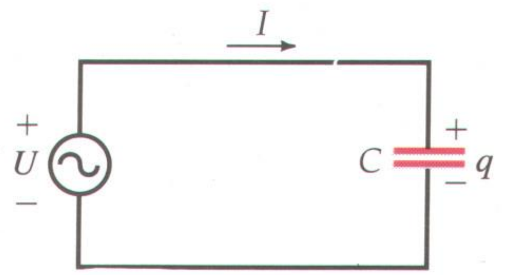
Der kapazitive Widerstand

Die nachfolgende Abbildung zeigt einen Kondensator, der mit den Klemmen eines Generators verbunden ist.



28.6 Ein Wechselstromkreis, in dem nur ein Kondensator der Kapazität *C* geschaltet ist. Der ohmsche Widerstand sei zu vernachlässigen.

Um die kirchhoffschen Regeln anwenden zu können, nimmt man die eingezeichnete Stromrichtung an. Strom und Ladung sind verknüpft durch

$$i = \frac{dq}{dt}.$$

Entsprechend der Wahl der Stromrichtung ist die mit dem Pluszeichen gekennzeichnete Kondensatorplatte positiv geladen. Die andere Platte trägt negative Ladung, da von ihr entsprechend der gewählten Stromrichtung positive Ladungen abfließen. Über dem Kondensator fällt die Spannung ($C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d}$)

$$U_C = U_+ - U_- = \frac{Q}{C}$$

ab, wobei Q die Ladungsmenge (Ladung) ist, die sich zum betrachteten Zeitpunkt t auf den Kondensatorplatten befindet. Somit ist es möglich, den Maschensatz anzuwenden. Dabei setzt man für den Spannungsabfall über dem Kondensator $U_C = U_+ - U_- = \frac{Q}{C}$ ein; vom Generator werde eine Wechselspannung $u(t) = U_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$ geliefert. Die kirchhoffsche Maschenregel lautet dann:

$$u - U_C = 0$$
$$U_0 \cos(\omega \cdot t) - \frac{Q}{C} = 0$$
$$Q = U_0 C \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Damit kann der Strom berechnet werden:

$$i = \frac{dQ}{dt} = -\omega \cdot U_0 C \cdot \sin(\omega \cdot t).$$

Dieser erreicht den Scheitelwert, wenn $\sin(\omega \cdot t) = -1$ ist, also wenn $(\omega \cdot t) = \frac{\pi}{2}$:

$$I_0 = \omega \cdot U_0 C.$$

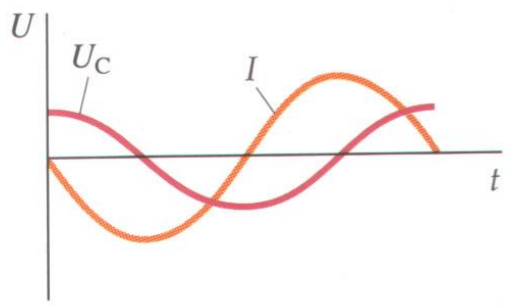
Wird noch die Beziehung $\sin(\omega \cdot t) = -\cos\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$ angewandt, kann die Stromstärke als

$$i(t) = -\omega \cdot U_0 C \cdot \sin(\omega \cdot t) = -I_0 \sin(\omega \cdot t)$$
$$i(t) = I_0 \cos\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

geschrieben werden.

Das ist der Strom, der durch den Kondensator fließt; man setzt dabei voraus, dass der ohmsche Widerstand zu vernachlässigen ist, dass also nur die Kapazität dem Strom einen Widerstand entgegensetzt.
Ähnlich wie bei der Induktivität sind auch bei einer Kapazität Strom und Spannung ***nicht*** in Phase.

In der nachfolgenden Abbildung ist der Verlauf von Strom und Spannung als Funktion der Zeit aufgetragen.



28.7 Kondensatorstrom und Spannung über dem Kondensator als Funktion der Zeit für den Kondensator aus Abbildung 28.6. Die Spannung erreicht ihr Maximum eine viertel Periode (also $\pi/2$ bzw. 90°) nach dem Strom. Man sagt, die Spannung eilt dem Strom um 90° nach (bzw. der Strom eilt der Spannung um 90° voraus).

Es fällt auf, dass die Spannung ihren Maximalwert $90^0 = \frac{\pi}{2}$ oder eine viertel Periode später als der Strom erreicht. Man sagt, *der Strom eilt beim Kondensator der Spannung um* 90^0 *voraus*. Auch dies lässt sich physikalisch verstehen.

Bei $\omega \cdot t = \frac{3\pi}{2}$ in der obigen Abbildung ist der Strom maximal. Die Ladungsmenge nimmt am schnellsten zu, d.h., $\frac{dQ}{dt}$ und damit auch der Strom werden maximal, wenn die Ladungsmenge *Q* auf den Kondensatorplatten gleich Null ist; dann ist aber auch die Spannung $U_C = \frac{Q}{C}$ gleich Null. Mit zunehmender Ladungsmenge auf den Kondensatorplatten nimmt der Strom ab, bis die Ladungsmenge (und damit die Spannung) maximal und der Strom gleich Null ist. Dann ändert der Strom sein Vorzeichen, und die Ladungen fließen in Gegenrichtung. Der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung lässt sich wieder in einer Form schreiben, wie man sie beim ohmschen widerstand erhalten hat:

$$I_0 = \omega \cdot U_0 C = \frac{U_0}{\frac{1}{\omega \cdot C}} = \frac{U_0}{X_C}$$

bzw. für die Effektivwerte

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{\frac{1}{\omega \cdot C}} = \frac{U_{eff}}{X_C}.$$

Die Größe $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$ wird formal als **kapazitiver Widerstand** bezeichnet bzw. stellt den **Blindwiderstand** eines Kondensators dar.

Wie der gewöhnliche ohmsche Widerstand und der induktive Widerstand hat auch der kapazitive Widerstand die Einheit Ohm.
Der kapazitive Widerstand ist jedoch umgekehrt proportional zur Frequenz.
Genau wie beim induktiven Widerstand gibt die Spannungsquelle auch im Falle des rein kapazitiven Widerstandes im zeitlichen Mittel keine Leistung ab:

$$\begin{aligned} P(t) &= \left(u(t) \cdot i(t)\right) \\ P(t) &= \left(\left(U_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)\right) \cdot \left(-I_0 \sin(\omega \cdot t)\right)\right). \\ P(t) &= -U_0 I_0 \left(\cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t)\right) = 0 \end{aligned}$$

In einer idealen Kapazität wird also keine Leistung in joulesche Wärmeleistung umgewandelt.