

## Induktiver Widerstand

Wechselstrom verhält sich in Schaltungen mit Kondensatoren und Spulen völlig anders als Gleichstrom.

Beispielsweise fließt Gleichstrom in einem Stromkreis, in dem nur ein Kondensator geschaltet ist, bis der Kondensator aufgeladen ist, während bei Wechselstrom kontinuierlich Ladung auf die Platten bzw. von den Platten fließt.

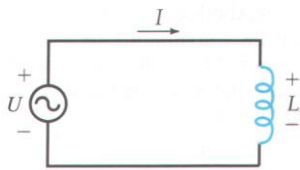
Es lässt zeigen, dass der Kondensator dem Wechselstrom bei sehr hoher Frequenz nahezu keinen Widerstand entgegensetzt. Im Gegensatz dazu hat eine Spule im Falle des Gleichstroms normalerweise einen äußerst kleinen Widerstand. Ändert sich jedoch der durch die Spule fließende Strom, so wird eine Gegenspannung induziert, die proportional zur zeitlichen Änderung der Stromstärke ist. Je höher die Frequenz des Wechselstroms, desto größer ist also die induzierte Gegenspannung in einer Spule. Eine Spule verhält sich genau umgekehrt wie ein Kondensator.

Bei sehr niedriger Frequenz hat eine Spule einen verschwindend kleinen Widerstand, bei sehr hohen Frequenzen setzt eine Spule dem Wechselstrom auf Grund der induzierten Spannung einen sehr großen Widerstand entgegen.

In der Fachsprache heißt eine Spule „Induktivität“ und ein Kondensator „Kapazität“.

## Induktivitäten

In der nachfolgenden Abbildung sehen wir eine Spule, die an einen Wechselstromgenerator angeschlossen ist.



28.4 Ein Wechselstromkreis, in dem nur eine Spule mit der Induktivität  $L$  geschaltet ist. Der ohmsche Widerstand der Zuleitungen und der Spule sei vernachlässigbar.

Betrachten wir die Zeitspanne, in der der Strom von Null auf  $U_0$  ansteigt. Steigt der

Spulenstrom an, so wird infolge der Änderung des magnetischen Flusses die Spannung  $L \frac{dI}{dt}$

induziert. Normalerweise ist der Spannungsabfall, den diese Induktionsspannung über der Spule erzeugt, wesentlich größer als derjenige, welcher durch den Gleichstromwiderstand der Spule erzeugt wird. Den Gleichstromwiderstand kann man also vernachlässigen.

Die Plus- und Minuszeichen in der Abbildung zeigen die Richtung des Spannungsabfalls an, wenn bei der angenommenen Stromrichtung  $\frac{dI}{dt}$  positiv ist. In diesem Fall liegt der Punkt, an

dem der Strom in die Spule hineinfließt, auf höherem Potential als derjenige, an dem er herausfließt. Es ergibt sich dann für den Spannungsabfall  $U_L$  über der Spule

$$U_L = U_+ - U_- = L \frac{dI}{dt}.$$

Anwendung der Kirchhoffschen Regel liefert

$$U - U_L = 0.$$

Erzeugt der Generator die Spannung  $u(t) = U_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$ , so erhalten wir

$$U = L \frac{dI}{dt} = U_0 \cdot \cos(\omega \cdot t).$$

oder ungeformt:  $dI = \frac{U_0}{L} \cos(\omega \cdot t) dt$ .

Die **Integration** beider Seiten ergibt den Strom:

$$I = \frac{U_0}{L} \cdot \int \cos(\omega \cdot t) dt = \frac{U_0}{L} \cdot \frac{1}{\omega} \sin(\omega \cdot t) + C.$$

Die Integrationskonstante  $C$  ist dabei die mittlere Stromstärke, denn der Mittelwert von  $\sin(\omega \cdot t)$  über eine oder mehrere Perioden ist Null. Hat der Strom keinen Gleichstromanteil, so wird

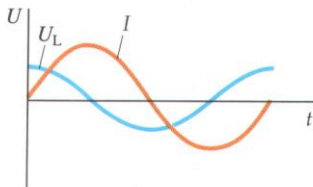
$$I = \frac{U_0}{\omega \cdot L} \cdot \sin(\omega \cdot t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t).$$

Hierbei ist

$$I_0 = \frac{U_0}{\omega \cdot L}$$

der Scheitelwert des Stromes.

In der nachfolgenden Abbildung sind Strom und Spannung bei einer Spule als Funktion der Zeit aufgetragen.



**28.5** Spulenstrom und Spannung über der Spule als Funktion der Zeit für die Spule aus Abbildung 28.4. Die Spannung erreicht ihr Maximum eine viertel Periode (also  $\pi/2$  bzw.  $90^\circ$ ) vor dem Strom. Man sagt, die Spannung eilt dem Strom um  $90^\circ$  voraus.

Die Spannung ist gleich der Generatorspannung, sie ist mit dem Strom **nicht** in Phase.

Aus der Abbildung lässt sich erkennen, dass die Spannung ihr Maximum eine viertel Periode

oder  $90^\circ = \frac{\pi}{2}$  früher als der Strom erreicht. Man sagt auch, *bei der Spule eilt die Spannung*

*dem Strom um  $90^\circ = \frac{\pi}{2}$  voraus*. Die physikalische Ursache für dieses Verhalten ist folgende:

**Zu Beginn, wenn der Strom gerade von Null anzusteigen beginnt, ändert er sich zeitlich besonders stark; daher ist die induzierte Gegenspannung maximal.** Eine viertel

Schwingungsperiode  $\frac{\pi}{2}$  später ist der Strom maximal, dann gilt  $\frac{dI}{dt} = 0$ ; damit ist ebenfalls

die induzierte Gegenspannung  $U_L = 0$ . Verwendet man die Beziehung

$\sin(\omega \cdot t) = \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$  kann man  $I = \frac{U_0}{\omega \cdot L} \cdot \sin(\omega \cdot t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$  umschreiben:

$$I = I_0 \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Betrachtet man nun noch einmal die Gleichung  $I_0 = \frac{U_0}{\omega \cdot L}$ , so beschreib diese formal einen

Zusammenhang zwischen dem scheinwert von Strom und Spannung, wie man diesen beim ohmschen Widerstand  $U_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) - I \cdot R = 0$  gefunden hat.

Der Ausdruck  $\omega \cdot L$  entspricht formal einem Widerstand  $X_L$  mit

$$I_0 = \frac{U_0}{\omega \cdot L} = \frac{U_0}{X_L} \text{ mit } X_L = \omega \cdot L.$$

Die physikalische Größe  $X_L$  heißt **induktiver Widerstand**.

Da der induktive Widerstand physikalisch anderer Natur ist als der ohmsche Widerstand spricht man von einem sogenannten **Blindwiderstand**.

Ein Blindwiderstand ist im Gegensatz zu einem ohmschen Widerstand frequenzabhängig; bei der Spule nimmt er mit wachsender Frequenz zu.

Die Einheit ist ebenfalls wie beim ohmschen Widerstand **1 Ohm**.

Auch zwischen den Effektivwerten von Spannung und Stromstärke lässt sich wegen

$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$  und  $U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$  ein Zusammenhang formulieren, der formal dem **ohmschen**

**Gesetz** entspricht:

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{\omega \cdot L} = \frac{U_{eff}}{X_L}.$$