

Effektivwerte

Die meisten Strom- und Spannungsmesser messen statt des Scheitelwerts den sogenannten **Effektivwert** der Spannung oder der Stromstärke. Es soll zunächst der Effektivwert definiert werden.

Die **effektive Stromstärke** I_{eff} eines zeitlich veränderlichen Stromes I ist die quadratisch gemittelte Stromstärke

$$I_{eff} = \sqrt{\langle i^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t i^2 dt}.$$

Diese Definition lässt sich auf alle zeitlich veränderlichen Ströme beliebiger Kurvenform anwenden. Ist der Strom eine periodische Funktion der Zeit, genügt es, über *eine* Periode

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ quadratisch zu mitteln:

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}.$$

Die Bezeichnung Effektivwert hat einen technischen Hintergrund. Ein Wechselstrom mit einem Wert I_{eff} wandelt in einem ohmschen Widerstand im zeitlichen Mittel genau die gleiche Leistung in joulesche Wärmeleistung um, die auch ein Gleichstrom der Stromstärke I_{eff} erzeugen würde. Dies führt unmittelbar zu einer zweiten (technischen) Definition des Effektivwerts der Stromstärke:

Erzeugt ein Wechselstrom i an einem ohmschen Widerstand eine bestimmte mittlere Leistung, so ist sein Effektivwert diejenige Stromstärke I_{eff} , die ein Gleichstrom haben müsste, um am selben Verbraucher die gleiche mittlere Leistung zu erbringen.

Fließt ein sinusförmiger Wechselstrom durch einen ohmschen Widerstand, so liefert die

Definitionsgleichung $I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$ für die effektive Stromstärke

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (I_0 \cos(\omega \cdot t))^2 dt} = \sqrt{\frac{I_0^2}{T} \int_0^T (\cos(\omega \cdot t))^2 dt}.$$

Setzt man für das Integral $\cos^2(\omega \cdot t) = \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\omega \cdot t) dt$ ein, erhält man für den Effektivwert der Stromstärke

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}.$$

Völlig analog ist der **Effektivwert einer Wechselspannung** definiert:

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}.$$

Der Effektivwert einer Wechselspannung, die an einem ohmschen Widerstand eine bestimmte mittlere Leistung erbringt, gibt diejenige Gleichspannung U_{eff} an, die am selben ohmschen Widerstand die gleiche mittlere joulesche Wärmeleistung erzeugt.

Eine sinusförmige Wechselspannung hat den Effektivwert

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}.$$

Mit den Effektivwerten von Strom und Spannung lautet das ohmsche Gesetz:

$$R = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}.$$

In Deutschland stellen die Elektrizitätswerke sinusförmige Wechselspannungen mit einem Effektivwert von **230V** und einer Frequenz von **50Hz** zur Verfügung.