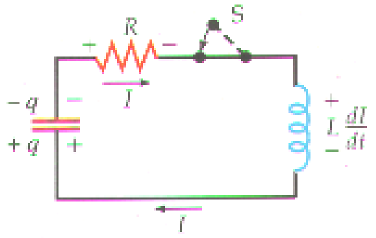
Die gedämpfte elektromagnetische Schwingung

In der Realität lässt sich der ohmsche Widerstand in einer Spule nicht vernachlässigen. Somit lässt sich in einem Parallelschwingkreis der ohmsche Widerstand (über den der Kondensator entladen wird), als Reihenschaltung zur Spule auffassen.

28 Wechselstromkreise



28.12 Ein *LCR*-Kreis (gedämpfter Schwingkreis).

Da im Schwingkreis keine äußere Spannung anliegen soll, gilt für die Spannungsbilanz:

$$U_C = -(U_{ind} + U_R).$$

Somit gilt:

$$0 = U_C + U_{ind} + U_R \text{ oder}$$

$$L \cdot \ddot{Q} + R \cdot \dot{Q} + \frac{1}{C} \cdot Q = 0.$$

Auch hierbei handelt es sich um eine lineare homogene Differentialgleichung II. Ordnung. Jedoch tritt ein Summand erster Ordnung auf, so dass diese Art der Differentialgleichung nicht unter Verwendung eines einfachen e-Ansatzes gelöst werden kann.
Durch einen geeigneten Lösungsansatz, welcher an dieser Stelle nicht behandelt wird, ist die Differentialgleichung lösbar. Man erhält als **allgemeine** Lösung:

$$Q = Q_0 \cdot e^{-kt} \sin(\omega \cdot t + \alpha).$$

Setzt man diese Lösung in die Differentialgleichung ein, erhält man für die Frequenz des gedämpften Schwingkreises:

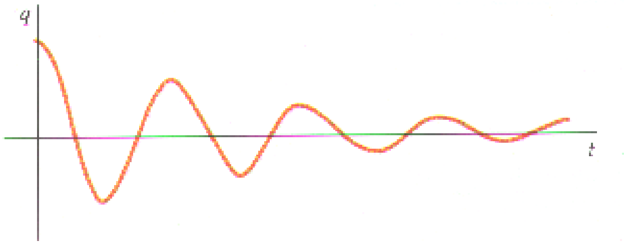
$$\boxed{f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{1}{LC} - k^2\right)}.}$$

Die Konstante *k* zeigt die Abhängigkeit der Dämpfung vom ohmschen Widerstand.

Für k lässt sich folgende Gleichung angeben: $k = \dfrac{R}{2L}.$

Somit ergibt sich die Möglichkeit über entsprechend gegebene Größen die Induktivität einer Spule zu bestimmen. Es müssen die Kapazität und der Ohmsche Widerstand bekannt sein.

Eine experimentell ermittelte Darstellung ergibt für eine gedämpfte Schwingung:



(a)

.

Durch die Bestimmung des Dämpfungsfaktors und Ablesen der Frequenz läst sich die Induktivität bestimmen.