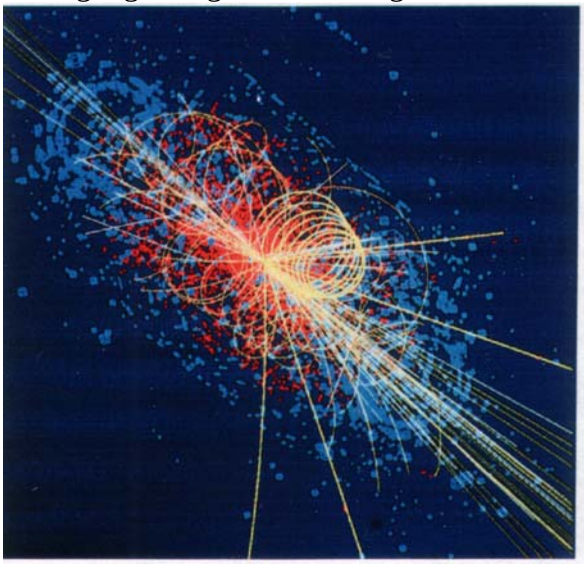
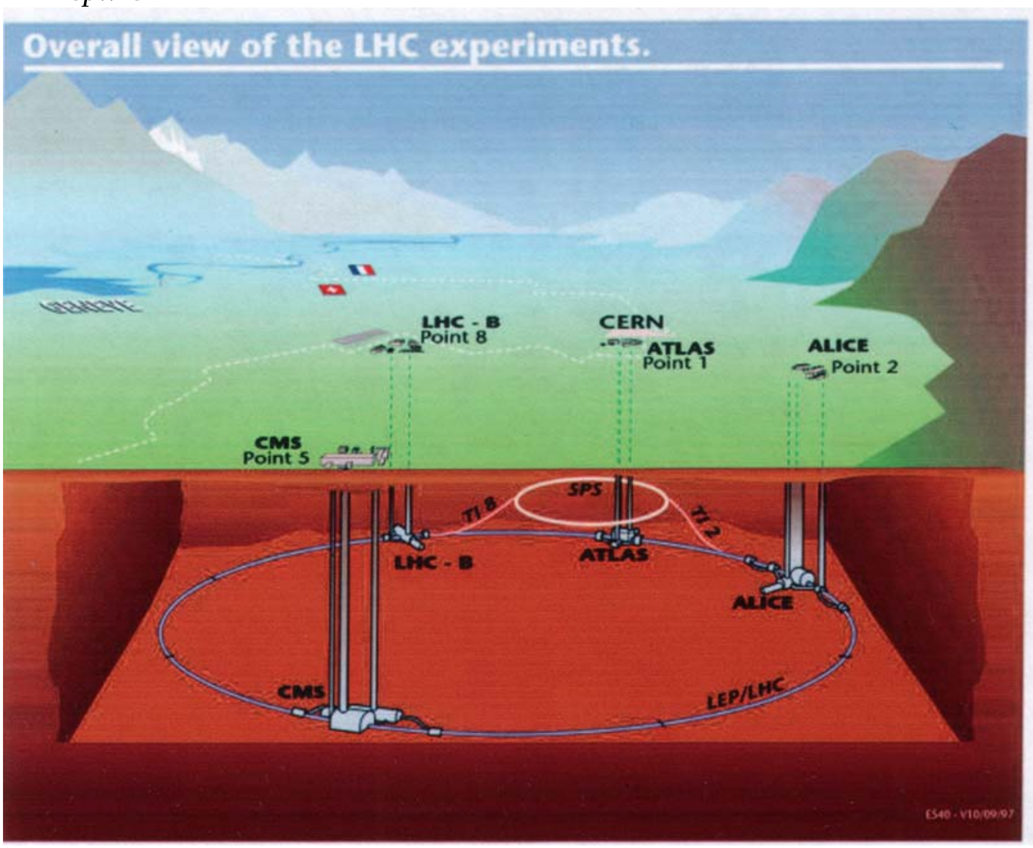
Äquivalenz von Masse und Energie

Die grundlegende Bedeutung der Gleichung $E = m'c^2$ besteht in der Äquivalenz von Masse und Energie, d.h. die Gesamtenergie und dynamische Masse unterscheiden sich nur durch den konstanten Faktor c^2.

Interpretation: Führen wir einem ruhenden Teilchen Energie *E* zu, so steigt seine Masse um E/c^2 . Energiezufuhr erhöht also die Masse eines Körpers. Massenänderung also gleich Energieänderung und umgekehrt. Energie und Masse sind also ineinander überführbar. Das heißt aus einem sehr schnellen Nichts kann Materie entstehen: aus Bewegungsenergie wird in so genannten Teilchenbeschleunigern Materie erzeugt.



Bsp.: CERN



Das Funktionsprinzip: Ausgangspunkt aller Teilchenstrahlen ist eine Teilchenquelle. Das ist z.B. ein erhitzter Draht, wie in einer Glühbirne. Negativ geladene Elektronen dampfen vom Draht ab und beschleunigen sich in einem Vakuum auf eine positive geladene Elektrode zu. In dem Beschleuniger werden außerdem noch Positronen verwendet. Insgesamt halten über 3.000 Magneten die Teilchen auf ihrer Bahn. Sie zwingen negativ geladene Elektronen in die eine, und positiv geladene Positronen in andere Richtung. Die Teilchen bewegen sich extrem schnell: ein Fußmarsch durch den Ring würde etwa sieben Stunden dauern; die Elektronen- und Positronenstrahlen lege diese Strecke mehr als 11.000 mal pro Sekunde zurück. Beinahe so schnell wie das Licht. Die enorme Energie der Bewegung verwandelt sich beim Zusammenstoß im Detektor dann auf einen Schlag in neue Materie.

In den vergangenen Ausführungen wurde gezeigt, dass die klassische Galilei - Transformation nur begrenzte Gültigkeit hat und einen Spezialfall der allgemeinen Lorentz - Transformation darstellt.
Im folgenden wird in Anlehnung an TOLMAN unter Verwendung der Lorentz - Transformation der Ausdruck für die relativistische Massenveränderlichkeit

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

hergeleitet.
Als Voraussetzung gilt (ohne Herleitung) die Tatsache, dass die Geschwindigkeit und die Beschleunigung nicht Galilei-invariant sind.
Die o.g. genannte Beziehung bezüglich der Massenveränderung gehört zu den experimentell wohlfundierten Gesetzen. Sie bildet letztlich u.a. die Grundlage für das Funktionieren der Teilchenbeschleuniger in der Kernphysik. Zur Herleitung betrachtet man den Massen- und den Impulserhaltungssatz, die für *beliebige* Koordinatensysteme gültig sind: $\sum m = const$ und $\sum mu = const$. Zwei Massenpunkte $(m_1 = m_2)$ mögen im System S' parallel zur x - Achse die Geschwindigkeiten $+u'$ und $-u'$ haben und elastisch zusammenstoßen. Nach dem Zusammenstoß bewegt sich m_1 mit $-u'$ und m_2 mit $+u'$. Führt man nun ein Koordinatensystem S ein, das sich in bezug auf S' mit der Geschwindigkeit $-v$ bewegt, so sollen die Geschwindigkeiten von m_1 und m_2 nunmehr u_1 und u_2 sein. Im Augenblick des Zusammenstoßes ist $m_1 + m_2 = M$, und die gemeinsame Geschwindigkeit in bezug auf S ist $+v$.
Die Erhaltungssätze ergeben:

$$m_1 + m_2 = M,$$
$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = M \cdot v \quad .$$

Nach dem Galileischen Additionstheorem würde gelten:

$$u_1 = \quad u' + v,$$
$$u_2 = -u' + v.$$

Setzt man diese Werte in den Impuls - Erhaltungssatz ein, so folgt

$$m_1 u' + m_1 v - m_2 u' + m_2 v = m_1 v + m_2 v,$$
$$(m_1 - m_2)u' = 0,$$
$$m_1 = m_2.$$

Die gemeinsame Erfüllung der obigen Erhaltungssätze ergibt also in der klassischen Mechanik keine Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit.
Verwendet man hingegen die relativistische Transformationsformel der Geschwindigkeiten,

$$u_1 = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} \ , \quad u_2 = \frac{-u' + v}{1 - \frac{u'v}{c^2}} \ \text{(ohne Herleitung)} \ ,$$

so ergibt sich durch Einsetzen dieser Ausdrücke in den obigen Impuls- Erhaltungssatz

$$m_1 \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} + m_2 \frac{-u' + v}{1 - \frac{u'v}{c^2}} = m_1 v + m_2 v \ .$$

Hieraus erhält man nach Umformung

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1 + \frac{u'v}{c^2}}{1 - \frac{u'v}{c^2}} \ .$$

Die hergeleitete Beziehung für den Lorentz-Faktor $\sqrt{1 - u^2 / c^2}$ wird für die zwei Werte, nämlich für u_1 und u_2 , geschrieben:

$$\sqrt{1 - \frac{u_1^{\ 2}}{c^2}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{u_1'^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{u_1'v}{c^2}} \ ,$$

$$\sqrt{1 - \frac{u_2^{\ 2}}{c^2}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{u_2'^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{u_2'v}{c^2}} \ .$$

Durch Division der beiden Gleichungen ergibt sich

$$\frac{\sqrt{1 - \frac{u_2^{\ 2}}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{u_1^{\ 2}}{c^2}}} = \frac{1 + \frac{u'v}{c^2}}{1 - \frac{u'v}{c^2}} \ .$$

Das aber ist nach obigem m_1 / m_2 ; folglich gilt $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sqrt{1 - \frac{u_2^{\ 2}}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{u_1^{\ 2}}{c^2}}}$.

Wenn $u_2 = 0$ ist und für diese Geschwindigkeit $m_2 = (m_2)_0 = m_0$ gesetzt wird, folgt - da im Ruhestand
$(m_1)_0 = (m_2)_0$ sein sollte -

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \ .$$

Auf die Herleitung dieser wichtigen Beziehung aus dem unelastischen Stoß wird an dieser Stelle verzichtet.