Stehende Wellen und Energiequantisierung

Nach de Broglie lässt sich die bohrsche Quantisierungsbedingung für den Drehimpuls so interpretieren, als sei das Elektron im Wasserstoffatom eine stehende Welle.
Die Bewegung des umlaufenden Elektrons kann man sich als Wellenvorgang denken, den man etwa makroskopisch erzeugen könnte, indem man die Enden einer schwingenden Saite miteinander verbindet. Die bohrsche Quantisierungsbedingung lautet:

$$mvr = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar \ .$$

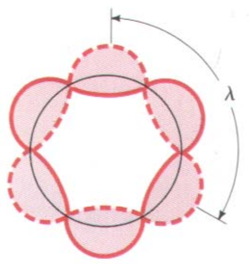
Ersetzt man in dieser Formel den Impuls mv durch $\frac{h}{\lambda}$, so folgt

$$\frac{h}{\lambda}r = n\frac{h}{2\pi}$$

und damit

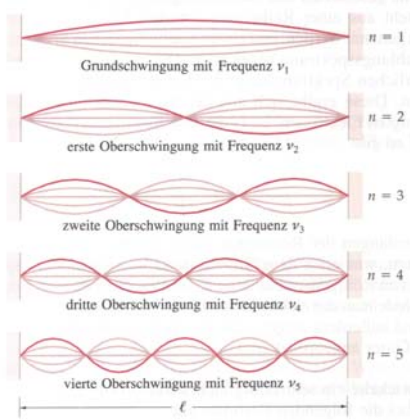
$$n\lambda = 2\pi \cdot r = C,$$

wobei C der Umfang einer bohrschen Bahn ist.
Wie in Abbildung 35,19 gezeigt,



35.19 Eine stehende Welle auf einer Kreisbahn.

ist die bohrsche Quantisierungsbedingung daher äquivalent zu der Forderung, dass eine ganzzahlige Anzahl von Wellenbergen auf dem Umfang einer bohrschen Bahn passt.
Ein ganz ähnlicher Effekt taucht auch schon in der klassischen Wellenlehre auf. Dort führt die Existenz von stehenden wellen auf eine Quantisierung der Frequenz.
Wir betrachten dazu die nachfolgende Abbildung.



35.20 Stehende Wellen auf einer an beiden Enden fixierten Saite. Die Frequenzen der Wellen sind quantisiert, d. h., sie können nur ein natürliches Vielfaches $n\nu_1$ einer Grundfrequenz ν_1 annehmen.

Die Bedingung für eine stehende Welle lautet:

$$n\frac{\lambda}{2} = l \ .$$

Für Wellen, die sich mit der Geschwindigkeit v auf der Saite ausbreiten, erhält man folgende direkte Frequenzwerte:

$$f = \frac{v}{\lambda} = n\frac{v}{2l}.$$

Gilt für die Frequenz einer stehenden Welle eine Energiebeziehung wie die in der o.g. Gleichung, so ergibt sich daraus unmittelbar eine Quantisierung der Energie.
Die Idee, diskrete Energien eines Systems durch stehende Wellen zu beschreiben, arbeitete **Erwin Schrödinger** Mitte der zwanziger Jahre zu einer mathematischen Theorie aus.
In dieser Theorie, der sog. Quantenmechanik oder Wellenmechanik, wird das Elektron durch eine **Wellenfunktion** Ψ beschrieben, die einer den klassischen Wellengleichungen für Schall- oder Lichtwellen ähnlichen Differentialgleichung genügt.
Die Frequenz und Wellenlänge der Wellenfunktion des Elektrons stehen im selben Zusammenhang zur Energie und zum Impuls des Elektrons wie die Frequenz und die Wellenlänge von Lichtwellen zur Energie und zum Impuls des Photons.
Schrödinger löste das Problem stehender Wellen für das ***Wasserstoffatom***, den ***harmonischen Oszillator*** und für andere wichtige Systeme.