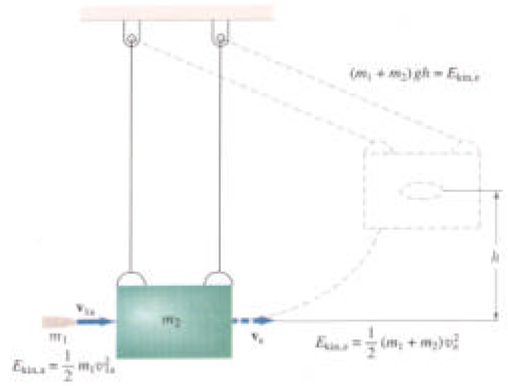
Der elastische zentrale Stoß

Wiederholung unelastischer Stoß Hausaufgabe:

Gegeben sei ein ballistisches Pendel mit der Fadenlänge $l = 2m$ einem Auslenkwinkel von $\alpha = 10^0$ und einer Masse von $m = 5kg$. Auf dieses Pendel wird ein Geschoss der Masse $m = 5g$ abgefeuert. Wie groß war die Anfangsgeschwindigkeit, wenn die komplette Geschossenergie in Verformungsenergie umgewandelt wurde?

Skizze:

7.22 Ein ballistisches Pendel. Die Höhe h hängt mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v}_e$ des Systems aus Kugel und Klotz über die Energieerhaltung zusammen. Die Geschwindigkeit $\mathbf{v}_e$ kann aus der Impulserhaltung während des inelastischen Stoßes bestimmt werden.



Lösung: Es gilt: $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$ mit $v_2 = 0$ (der Kiste)

$\Rightarrow m_1 \cdot v_1 = (m_1 + m_2) \cdot u$ (wegen gemeinsamer Geschwindigkeit)

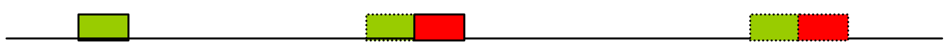
$\Rightarrow u = \sqrt{2 \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos \alpha)}$ nach Energieerhaltung

$$\Rightarrow v_1 = \frac{(m_{Ku} + m_{Ki})}{m_{Ku}} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos \alpha)}$$

$$\Rightarrow v_1 = 780{,}32 \frac{m}{s}$$

Ergebnis: Das Geschoss hatte eine Anfangsgeschwindigkeit von ca. $v_1 = 780 \frac{m}{s}$.

Beim zentralen elastischen Stoß bleiben die Energie und der Impuls erhalten.



v_1 $\quad$ u_1 $\; v_2$ $\quad$ u_2

Für den Fall $m_1 \neq m_2$ gilt:

1. $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$ $\quad \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} p_{i_{(A)}} = \sum_{i=1}^{n} p_{i_{(E)}}$

2. $\frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2 = \frac{m_1}{2} u_1^2 + \frac{m_2}{2} u_2^2$ $\quad \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} E_{i_{(A)}} = \sum_{i=1}^{n} E_{i_{(E)}}$

Bedingung: Die potentielle Energie ist für beide Körper gleich.

Erzeugung eines Gleichungssystems um die Geschwindigkeit nach dem Stoß beider Körper zu berechnen.

Aus der Gleichung 2 wird durch die Separation der Variablen:

$$\Rightarrow m_1\left(v_1^2 - u_1^2\right) = m_2\left(u_2^2 - v_2^2\right)$$

I $$\Rightarrow m_1(v_1 - u_1)\cdot(v_1 + u_1) = m_2(u_2 - v_2)\cdot(u_2 + v_2)$$

Aus dem Impulssatz erhält man:

II $$\Rightarrow m_1(v_1 - u_1) = m_2(u_2 - v_2)$$

Die Gleichung I und II werden dividiert und man erhält:

III $$\Rightarrow v_1 + u_1 = v_2 + u_2$$

Das Auflösen der III. Gleichung nach u_1 bzw. u_2 ergibt entsprechende nachfolgende Gleichungen für die Geschwindigkeiten nach dem Stoß durch Einsetzen in Gleichung (1.):

$$u_1 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$