Das maxwellsche Rad und die Berechnung von Trägheitsmomenten

Experimenteller Aufbau zur experimentellen Bestimmung des Trägheitsmomentes eines Maxwellschen Rades.

Fig. 1: Experimenteller Aufbau zur Untersuchung der Energieerhaltung am Maxwellschen Rad.

Theorie:

Die Gesamtenergie des Maxwellschen Rades mit der Masse m und dem Trägheitsmoment um die Drehachse J_Z setzt sich aus potentieller Energie, Translationsenergie und Rotationsenergie zusammen:

$$E_{Ges} = m \cdot g \cdot \vec{s}(t) + \frac{m}{2}\vec{v}_T^2 + \frac{J_Z}{2}\vec{\omega}^2 .$$

$\vec{s}(t)$ .... sei die negative Höhe

Es gilt für jeden Massenpunkt:

$$\vec{v} = \vec{r} \times \vec{\omega}.$$

Da g gleichgerichtet zu s und die Winkelgeschwindigkeit senkrecht zum Drehachsenradius steht, gilt:

$$E_{Ges} = -m \cdot g \cdot s(t) + \frac{m}{2} v_T(t)^2 + \frac{j_Z}{2}\omega^2$$

mit $\vec{v} = \vec{r} \times \vec{\omega}$ gilt:

$$E_{Ges} = -m \cdot g \cdot s(t) + \frac{m}{2} v(t)^2 + \frac{j_Z}{2} \cdot \frac{v(t)^2}{r^2}$$

$$E_{Ges} = -m \cdot g \cdot s(t) + \frac{1}{2} \cdot v(t)^2 \cdot \left(m + \frac{J_Z}{r^2} \right).$$

Da die Gesamtenergie zeitlich konstant ist, kann die o.g. Gleichung nach der Zeit abgeleitet werden.

Daraus ergibt sich:

$$0 = -m \cdot g \cdot \dot{s}(t) + \left(m + \frac{J_Z}{r^2} \right) \cdot v(t) \cdot \dot{v}(t).$$

Daraus ergibt sich:

$$0 = -m \cdot g \cdot v(t) + \left(m + \frac{J_Z}{r^2} \right) \cdot v(t) \cdot \dot{v}(t).$$

Für $s(t=0) = 0$ und $v(t=0) = 0$ sowie $v = \frac{s}{t}$ erhält man:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{m \cdot g}{m + \frac{J_Z}{r^2}} \cdot t^2$$

und

$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt} = \frac{m \cdot g}{m + \frac{J_Z}{r^2}} \cdot t \ .$$

Die Masse m ist im vorliegenden Fall $m = 0{,}436 kg$. Der Radius der abgewickelten Achse beträgt $r = 3mm$.

Aufgabe: Bestimmen Sie aus den Messwerten das Trägheitsmoment.