Bewegung von geladenen Teilchen in magnetischen Feldern und die Überlagerung mit elektrischen Feldern

Auf eine Ladung, die sich senkrecht zu einem Magnetfeld bewegt, wirkt die ***Lorentz*** – Kraft. Diese Kraft ist vom Betrag und der Geschwindigkeit der Ladung abhängig.

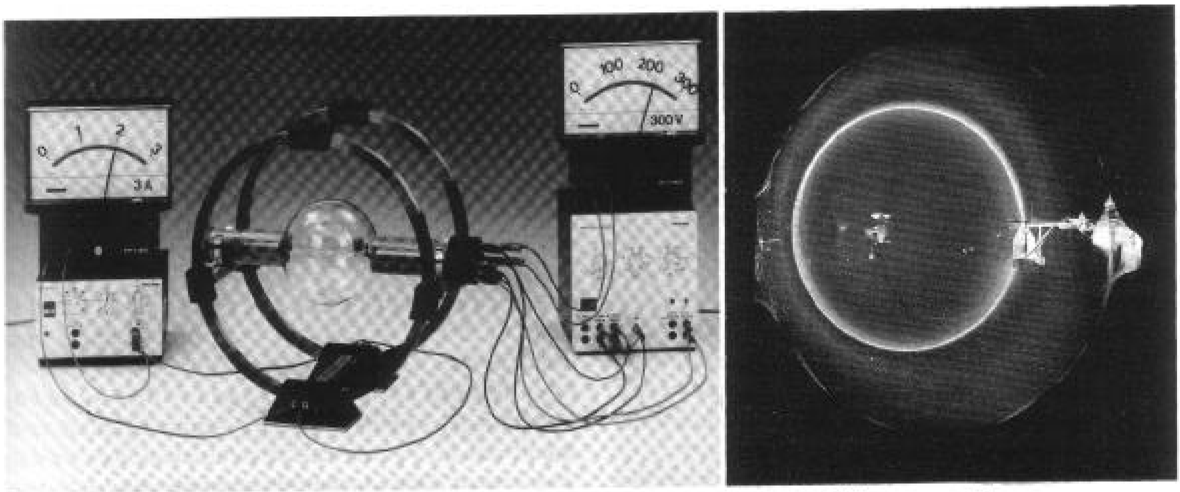


Abb. 251.1 Fadenstrahlrohr a) Versuchsaufbau zur e/m_e-Bestimmung b) Bahn des Elektronenstrahls

Es gilt: $F_L = e \cdot v \cdot B$.

Nach der Grundgleichung der Mechanik $F = m_e \cdot a$ wirkt damit auf das Elektron die Beschleunigung

$$a = \frac{e}{m_e} \cdot v \cdot B.$$

Da es durch reine elektrostatische Ablenkung innerhalb von Kondensatorplatten nicht möglich ist, die spezifische Ladung eines Elektrons zu ermitteln, liegt die Vermutung nahe, dass die Ablenkung von Elektronen bzw. Ladungen innerhalb eines konstanten Magnetfeldes die Möglichkeit der Bestimmung der spezifischen Ladung zulässt.

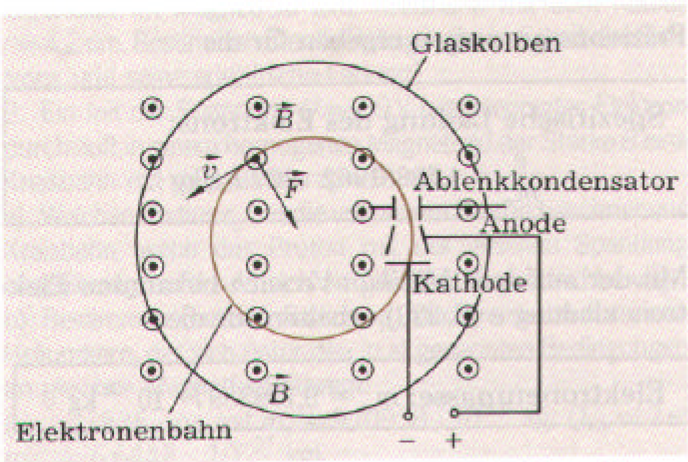


Abb. 251.2 Fadenstrahlrohr: Schematische Darstellung

Innerhalb eines statischen konstanten Magnetfeldes werden Ladungen, so auch Elektronen, auf einer Kreisbahn abgelenkt. Diese ist am Fadenstrahlrohr experimentell zu beobachten.

Für ein geladenes Teilchen gilt somit:

$$|Radialkraft| = |Lorentzkraft|.$$

$|F_R| = |F_L|$ unter der Bedingung: $\vec{v} \perp \vec{F}_L \quad und \quad \vec{v} \perp \vec{B}$.

$$\Rightarrow m_e \cdot \frac{v^2}{r} = e \cdot v \cdot B$$

$$\Rightarrow \frac{e}{m_e} = \frac{v}{r \cdot B}$$

Es scheint, dass es möglich ist, die spezifische Ladung eines Elektrons bestimmen zu können, da die Stärke des Magnetfeldes und der Bahnradius experimentell bestimmbar sind. Probleme bereitet nur noch die Bestimmung der Geschwindigkeit, die jedoch die Endgeschwindigkeit nach dem Verlassen der Lochanode darstellt. Somit gilt:

$$\frac{m_e}{2} \cdot v^2 = e \cdot U_A \quad mit \quad U_A .....Anodenspannung.$$

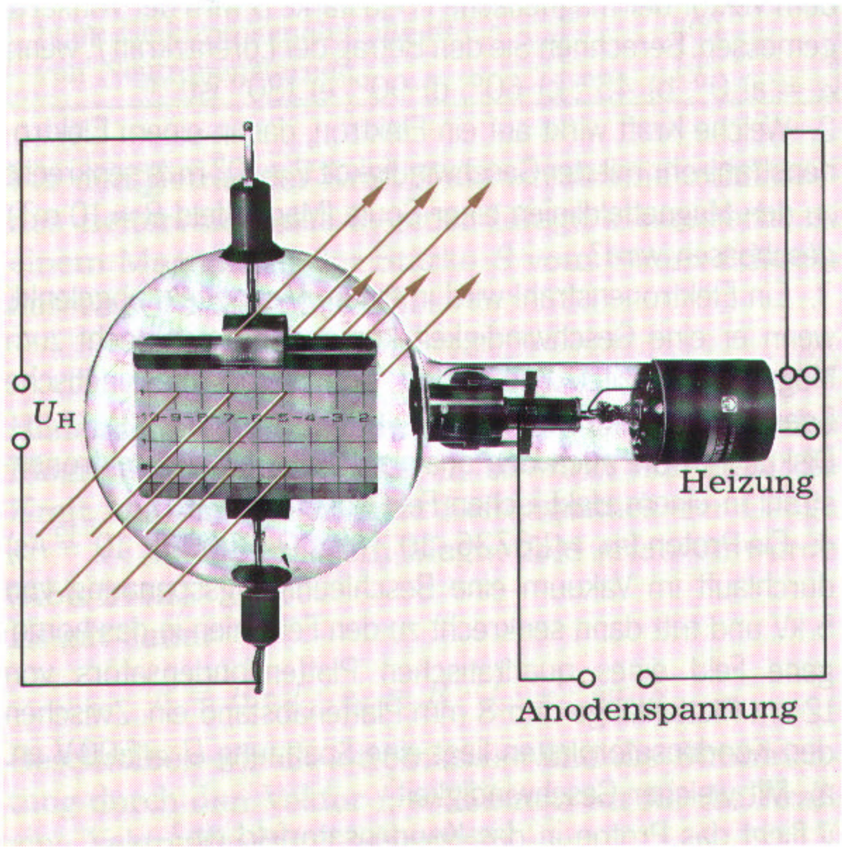
$$\Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot e \cdot U_A}{m_e}$$

$$mit \quad \frac{e^2}{m_e^2} = \frac{v^2}{r^2 \cdot B^2} \Rightarrow \frac{e^2}{m_e^2} = \frac{\frac{2 \cdot e \cdot U_A}{m_e}}{r^2 \cdot B^2} \Rightarrow \frac{e}{m_e} = \frac{2 \cdot e \cdot U_A}{r^2 \cdot B^2}$$

Die Anodenspannung, der Kreisbahnradius und die magnetische Flussdichte lassen sich experimentell bestimmen. Somit ist es möglich, die spezifische Ladung eines Elektrons experimentell unter Verwendung eines konstanten Magnetfeldes zu bestimmen.
Bei genauen Messungen erhält man für die spezifische Ladung:

$$\frac{e}{m_e} = 1{,}75881962 \cdot 10^{11} \frac{A \cdot s}{kg}.$$

Bei der $\frac{e}{m_e}$ - Bestimmung nach Busch wird in einer braunschen Röhre der Elektronenstrahl zusätzlich einem elektrischen Feld ausgesetzt. Dieses Prinzip bewährt sich genau dann, wenn es nicht möglich ist, den Kreisbahnradius genau und paralaxenfrei zu bestimmen.



Die Spannung U_H soll in diesem Fall die elektrostatische Ablenkspannung U_P darstellen. Bei geeigneter Anodenspannung (die experimentell bestimmbar ist) und einer Ablenkspannung an den in der Röhre befindlichen Kondensatorplatten gelingt es, die Ablenkung des Elektronenstrahls zu kompensieren, d.h. man hat einen **fast geradlinigen Verlauf**.

Das magnetische Feld wird hierbei durch sogenannte Helmholtz – Spulen erzeugt, für die das Biot – Savartsche – Gesetz gilt:

$$H = \frac{n \cdot R^2}{\sqrt{\left(R^2 + a^2\right)^3}} \cdot I_{Sp}$$

n ... Windungszahl je Spule;
R... Spulenradius;
a... halber mittlerer Spulenabstand;
I... Stromstärke je Spule.

Für das in diesen Versuchen zur Verfügung stehende Helmholtz – Spulenpaar ergibt sich nach vorheriger Messung:

$$n = 320$$
$$R = 6{,}8\,cm$$
$$a = 3{,}4\,cm\ .$$

Mit $B = m_0 \cdot H$ lässt sich die magnetische Flussdichte schnell bestimmen.

Es gilt demzufolge das Kräftegleichgewicht: $F_L = F_{elektr.}$

$$\Rightarrow e \cdot v \cdot B = e \cdot E$$

$$\Rightarrow e \cdot v \cdot B = e \cdot \frac{U_P}{d} \quad mit \;\; E = \frac{U_P}{d}$$

$$mit \quad v^2 = \frac{2 \cdot e \cdot U_A}{m_e} \quad gilt:$$

$$v^2 \cdot B^2 = \frac{U_P}{d} \quad \Rightarrow \frac{2 \cdot e \cdot U_A}{m_e} \cdot B^2 = \frac{U_P}{d}$$

$$\Rightarrow \frac{e}{m_e} = \frac{U_P}{2 \cdot U_A \cdot B^2 \cdot d}$$

Hierbei wird der Kreisbahnradius **nicht** mehr benötigt.

Alle bisher genannten Verfahren zur Bestimmung der spezifischen Ladung eines Elektrons setzen voraus, das entsprechende Kräfte und der Geschwindigkeitsvektor senkrecht zueinander stehen.

Die zu Beginn dargestellte Fadenstrahlröhre wird um einen Winkel j gedreht, so dass die Vektoren $\vec{v}$ und $\vec{B}$ **nicht** mehr senkrecht zueinander stehen. Man beobachtet als Bahn der Elektronen im Fadenstrahlrohr jetzt eine **Schraubenlinie**.

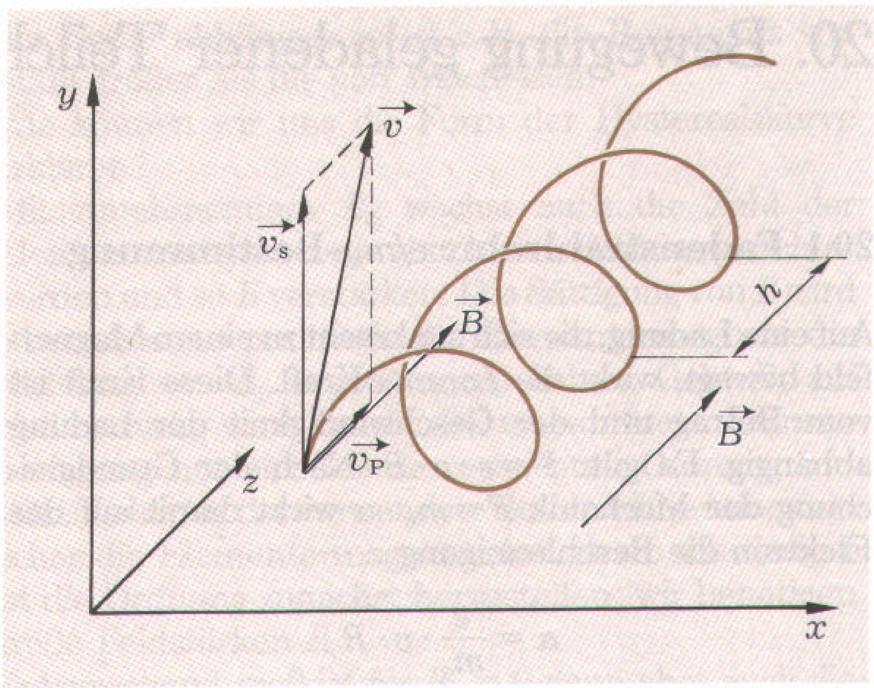


Abb. 252.1 Entstehung von Schraubenlinien im Fadenstrahlrohr

Diese Bahnkurve kann man erklären, wenn man den Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ in zwei Komponenten zerlegt:
$\vec{v}_P$ in Richtung des Magnetfeldes und $\vec{v}_S$ senkrecht dazu. Auf die Elektronen, die sich parallel zu den magnetischen Feldlinien bewegen, wirkt ***keine*** Lorentz – Kraft. Folglich bleibt auch die zum Magnetfeld parallele Geschwindigkeitskomponente $\vec{v}_P$ unverändert. Dagegen beschreiben die Elektronen mit der Geschwindigkeit $v_S = v \cdot \cos j$ eine Kreisbahn. Nach dem

Superpositionsprinzip ergibt sich also eine ungestörte Überlagerung der Kreisbewegung für $\vec{v}_S$ und der Translationsbewegung für $\vec{v}_P$.

Der Elektronenstrahl beschreibt folglich eine Schraubenbahn, bei der er seine Ausgangsfeldlinien des Magnetfeldes immer wieder erreicht, aber um die Ganghöhe *h* der Schraubenbahn versetzt.

Der Elektronenstrahl bewegt sich also auf einem Zylinder mit dem Radius r um die magnetischen Feldlinien.

Es gilt:

$$r = \frac{v_S}{B \cdot \frac{e}{m_e}} = \frac{v \cdot \cos\varphi \cdot m_e}{B \cdot e}.$$

Für die Ganghöhe h der Schraubenbahn ergibt sich:

$$h = v_P \cdot T = v \cdot \sin\varphi \cdot T.$$

Dabei ist die Umlaufdauer T für die Schraubenbahn unabhängig von der Geschwindigkeit:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \frac{m_e}{e} \cdot \frac{1}{B}.$$

Bei der **e/m – Bestimmung nach Busch** wird über eine braunsche Röhre eine lange Spule geschoben. Legen wir nun an den vertikal ablenkenden Kondensator eine Spannung U_y an, so wird der Elektronenstrahl aus der Mitte der Röhre abgelenkt. Wird nun das Magnetfeld $\vec{B}$ von Null ausgehend durch den wachsenden Spulenstrom langsam vergrößert, so wandert der Leuchtfleck und nimmt schließlich wieder seine ursprüngliche Lage ein.

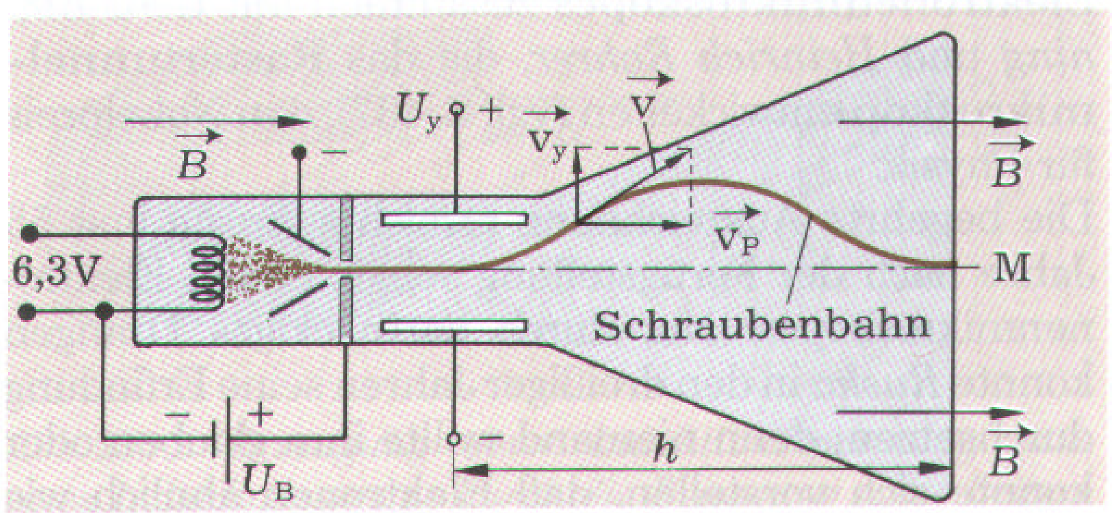


Abb. 253.2 e/m_e-Bestimmung nach Busch

Zeigen Sie, dass dann $\frac{e}{m_e} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot U_A}{h^2 \cdot B^2}$

ist, wenn U_A die Anodenspannung und *h* die Ganghöhe der Schraubenbahn sind!

Lösung:

Für die Ganghöhe der Schraubenbahn gilt: $h = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot v \cdot \sin \varphi}{B \cdot \dfrac{e}{m}}$.

Da $v \cdot \sin \varphi$ die Komponente der Geschwindigkeit in Richtung der Feldlinien ist gilt:

$v_{\parallel} = v \cdot \sin \varphi = \sqrt{2 \dfrac{e}{m} U_A}$.

Quadrieren wir die Gleichung für die Ganghöhe, so erhalten wir nach Umformung:

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot U_A}{h^2 \cdot B^2} = 1{,}7723 \cdot 10^{11} \frac{As}{kg} .$$

Eine weitere experimentelle Methode zur Bestimmung der spezifischen Ladung eines Elektrons besteht in einer weitere Gegenfeldmethode.