Radioaktivität

Instabile Kerne nennt man **Radioaktiv**, denn sie zerfallen unter **Emission von Strahlung** in andere, leichtere Kerne.
Der Begriff „Strahlung" bezieht sich hierbei sowohl auf Teilchen wie Elektronen, Neutronen und α-Teilchen als auch auf elektromagnetische Strahlung.
Die drei radioaktiven Strahlungen wurden α-Strahlung, β-Strahlung und γ-Strahlung genannt, bevor man wusste, dass es sich bei α-Teilchen um ${}^{4}_{2}He$-Kerne, bei β-Teilchen um Elektronen (${}^{0}_{-1}e$) oder Positronen (${}^{0}_{+1}e$) und bei γ-Strahlung um harte, also energiereiche Photonen handelt.

Im Jahr **1900** entdeckte Rutherford, dass die pro Zeiteinheit von einer radioaktiven Substanz emittierte Strahlung nicht konstant ist, sondern **exponentiell** abnimmt.
Diese exponentielle Abnahme mit der Zeit ist ein Charakteristikum der Radioaktivität und zeigt, dass der radioaktive Zerfall ein statistischer Prozess ist.
Da die Kerne voneinander durch die Atomhüllen sehr gut abgeschirmt werden, haben Druck- oder Temperaturänderungen kaum einen Einfluss auf die Kerneigenschaften.
Zerfallsprozesse verlaufen daher nahezu ungestört.
Im folgenden leiten wir aus einer statistischen Betrachtung das **exponentielle Zerfallsgesetz** ab.
Sei *N* die Anzahl radioaktiver Kerne zu einem Zeitpunkt *t*. Der Zerfall eines einzelnen Kerns ist ein statistischer Prozess, also ein zufällig eintretendes Ereignis.
Wir erwarten daher, dass die Anzahl der Kerne, die in einem Zeitintervall dt zerfallen, proportional zu *N* und *dt* ist. Für die Abnahme von *N* im Zeitintervall *dt* gilt daher

$$dN = \lambda \cdot Ndt,$$

wobei λ eine Proportionalitätskonstante, die sog. Zerfallskonstante, ist.
Die Zerfallsrate $\frac{dN}{dt}$ ist demnach proportional zu –*N*. Dieser Zusammenhang ist für den exponentiellen Zerfall charakteristisch.
Wir lösen die Differentialgleichung $dN = \lambda \cdot Ndt$, indem wir durch *N* dividieren und damit die Variable *N* und *t* separieren:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda \cdot dt.$$

Die Integration liefert

$$\ln N = -\lambda \cdot dt + C,$$

wobei *C* eine Integrationskonstante ist. Indem wir auf beiden Seiten die Exponentialfunktion anwenden, erhalten wir:

$$N = e^{-\lambda \cdot t + C} = e^{C} e^{-\lambda \cdot t}$$
$$\Rightarrow N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}.$$

$N_0 = e^C$ ist dabei die Anzahl der Kerne zum Zeitpunkt *t=0*. Die Anzahl der pro Zeiteinheit zerfallenden Kerne heißt Zerfallsrate *R*:

$$R = -\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N = \lambda \cdot N_0 e^{-\lambda \cdot t} = R_0 e^{-\lambda \cdot t}.$$

Darin ist

$$R_0 = \lambda \cdot N_0$$

die Zerfallsrate zum Zeitpunkt *t=0*.
Die **mittlere Lebensdauer** τ ist definiert als der Kehrwert der Zerfallskonstanten λ:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Die mittlere Lebensdauer ist mathematisch gesehen analog zu der Zeitkonstanten, mit der die elektrische Ladung auf einen Kondensator in einem RC - Schaltkreis abnimmt.
Nach Ablauf der mittleren Lebensdauer hat sich die Anzahl der radioaktiven Kerne auf 37% des ursprünglichen Werts verringert.
Von der mittleren Lebensdauer zu unterscheiden ist die **Halbwertszeit** t_H.
Sie ist definiert als die Zeitspanne, innerhalb der die Anzahl der Kerne auf die Hälfte des ursprünglichen Werts gesunken ist.

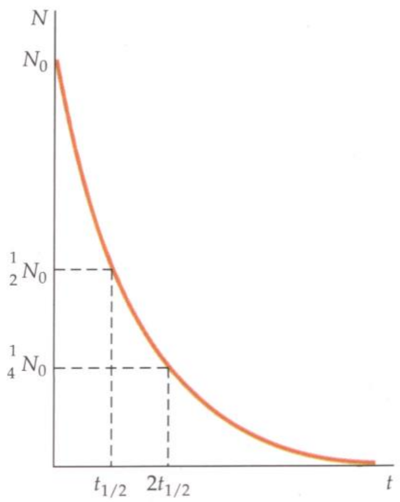
Setzen wir in $N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$ $t = t_H$ und $N = \frac{N_0}{2}$, so erhalten wir

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda \cdot t_H},$$

wobei sich die Halbwertszeit zu

$$t_H = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda} = 0{,}693\tau$$

ergibt.
Die Halbwertszeiten von Kernen erstrecken sich über den weiten Bereich von einigen Millisekunden bis hin zu 10^{16} Jahren.



40.5 Der radioaktive Zerfall genügt einem Exponentialgesetz. Nach jeweils einer Halbwertszeit $t_{1/2}$ ist die Anzahl der noch nicht zerfallenen Kerne auf die Hälfte abgesunken. Die Zerfallsrate $R = \lambda N$ zeigt dieselbe Zeitabhängigkeit.

Die SI-Einheit für den radioaktiven Zerfall ist das **Becquerel** $[1Bq]$, definiert als *ein* Zerfall pro Sekunde:

$$1Bq = \frac{1\,Zerfall}{s}.$$

Eine historische Einheit der Radioaktivität ist das **Curie** $[Ci]$, definiert als die Anzahl von Zerfällen pro Sekunde in einem Gramm Radium. Aufgrund des sehr großen Wertes wurde oft auch das Millicurie $[1mCi]$ und das Mikrocurie $[1\mu Ci]$ verwendet.

Zwischen Becquerel und dem Curie besteht der folgende Zusammenhang:

$$1Ci = 3{,}7 \cdot 10^{10} \frac{Zerfälle}{s} = 3{,}7 \cdot 10^{10} Bq\,.$$