

## Die Coulombkraft in einem Radialfeld

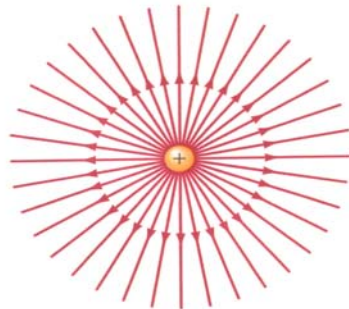
Was versteht man unter einem **Radialfeld** (Zentralfeld)?

In einem Radialfeld wirken Kräfte immer zum Mittelpunkt des entsprechenden Körpers. Diese Art von Feldern nennt man deshalb auch konservative Kraftfelder.

Beispiel: - Gravitationsfeld der Erde  
- elektrisches Feld einer Punktladung  
- das Wasserstoffatom

Diese Felder werden energetisch als abgeschlossenes System betrachtet und es gelten entsprechende Erhaltungssätze der Physik.

z.B.: - Satz von der Erhaltung der Energie,  
- Satz von der Erhaltung der Masse,  
- Satz von der Erhaltung der Ladung,  
- Satz von der Erhaltung des Drehimpulses,  
- Satz von der Erhaltung des Drehmomentes.



(a)



(b)

**18.16** a) Die elektrischen Feldlinien einer einzelnen positiven Punktladung. Bei negativer Ladung würden die Pfeile nach innen zeigen. b) Sehr feine, in Öl suspendierte Fäden werden durch das elektrische Feld einer Punktladung an den mit der Ladung verbundenen Enden elektrisch polarisiert und richten sich entlang den Feldlinien aus. (Foto: Harold M. Waage)

$$E \propto \frac{1}{r^2}$$

Für das Coulombpotential gilt demzufolge:

$$W = \int_{r_1}^{r_2} F \cdot dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} dr$$

$$W = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot Q_1 \cdot Q_2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr$$

$$W = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot Q_1 \cdot Q_2 \cdot \left( -\frac{1}{r} \right)_{r_1}^{r_2}$$

$$W = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot Q_1 \cdot Q_2 \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Diese Gleichung ermöglicht es, die Verschiebungsarbeit zwischen zwei Punkten zu berechnen.

### Aufgabe:

- Berechnen Sie im Feld einer positiv geladenen Kugel ( $r = 2,5\text{cm}$ ;  $Q_1 = 9 \cdot 10^{-12}\text{C}$ ) die elektrische Feldstärke in den Punkten  $P_1$  und  $P_2$ , die  $r_1 = 4,6\text{cm}$  und  $r_2 = 10\text{cm}$  vom Kugelmittelpunkt entfernt sind!
- Bestimmen Sie die Spannung zwischen  $P_1$  und  $P_2$ !
- Welche Kraft wirkt jeweils in den Punkten  $P_1$  und  $P_2$  auf eine positive Ladung  $Q_2 = 3 \cdot 10^{-12}\text{C}$ ?
- Welche Arbeit muss verrichtet werden, um die Ladung  $Q_2$  von  $P_2$  nach  $P_1$  zu verschieben?

### Lösung:

- Das Feld einer positiv geladenen Metallkugel mit dem Radius  $r$  entspricht bei einer gleichmäßigen Ladungsverteilung dem elektrischen Feld einer Punktladung im Kugelmittelpunkt. Folglich beträgt die Feldstärke im Punkt  $P_1$ :

$$E_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_1^2} = 38,2 \frac{\text{V}}{\text{m}} \text{ und im}$$

Punkt  $P_2$

$$E_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_2^2} = 8,1 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

$$\text{b) } \varphi_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_1} = 1,76\text{V}$$

$$\varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_2} = 0,81\text{V}$$

$$U = \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 0,95\text{V}$$

$$\text{c) } F_1 = E_1 \cdot Q_2 = 1,1 \cdot 10^{-10}\text{N}$$

$$F_2 = E_2 \cdot Q_2 = 2,4 \cdot 10^{-11}\text{N}$$

$$d) W_{1 \rightarrow 2} = \int_{r_1}^{r_2} Q_2 \cdot E dr = 3 \cdot 10^{-12} C \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} dr$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = 3 \cdot 10^{-12} C \cdot \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 2,85 \cdot 10^{-12} J$$